

A. Propunere probleme.....	1
1. Transport optim	1
2. Mobilier la comanda	2
3. Puncte de alimentare.....	3
B. Solutii	5
1. Transport optim	5
2. Mobilier la comanda	5
3. Puncte de alimentare.....	6

A. Propunere probleme

1. Transport optim

O firma de retail transporta marfa de 3 tipuri: proaspata, lichida si refrigerata. Fiecare camion este proiectat sa transporte cel mult 70 de tone din fiecare. Marfa proaspata poate fi in cutii de 20 tone sau de 30 tone, marfa refrigerata poate fi in cutii de 10 tone sau de 60 tone, iar lichidele sunt in butoaie de 70 tone.

Cerinta:

Dandu-se un numar N de cutii si butoaie cu greutatile aferente, sa se afle numarul minim de camioane necesar transportarii acestora.

Date de intrare:

Pe prima linie se afla numarul natural N reprezentand numarul de cutii si butoaie. Pe urmatoarele N linii sunt numere naturale ce reprezinta greutatea cutiilor sau a butoaielor.

Date de iesire:

Un numar natural ce reprezinta numarul de camioane necesar transportarii cutiilor si a butoaielor.

Exemplu - Input:

9
30
60
20
30
60
70
30
10
20

Output: 2

2. Mobilier la comanda

Elon este directorul unei companii care produce mobilier la comanda. Intr-o zi trebuie livrate N comenzi de mobilier.

Fiecare comanda este pusa intr-o singura cutie. Din punct de vedere al bussiness-ului, o comanda de mobilier este caracterizata de volumul V al cutiei in care este livrata. Pentru a transporta toate cele N cutii intr-o zi, departamentul de RUTARE stabileste ca intr-o zi se vor efectua cel mult K transporturi. La fiecare transport, cutiile sunt incarcate in camion respectand conditia ca suma volumelor acestora sa nu depaseasca volumul camionului. Compania nu are disponibil niciun depozit asa ca trebuie sa incarce cutiile in camion in ordinea in care vin din linia de productie.

Cerinta:

Deoarece costul inchirierii camionului depinde de volumul acestuia, firma vrea sa inchirieze un camion cu capacitatea cat mai mica, pentru a livra toate cele N comenzi de mobila in K transporturi. Elon are nevoie de ajutorul tau pentru a crea un algoritm care sa ii poata spune rezultatul in timp record.

Date de intrare:

Pe prima linie se afla numerele intregi N , numarul de cutii, si K , numarul de transporturi. Pe fiecare din urmatoarele N linii se afla numere intregi V , reprezentand volumul unei cutii (echivalenta cu o comanda de mobilier).

Volumele cutiilor apar in ordinea in care acestea trebuiesc incarcate in camioane.

Date de iesire:

Un numar intreg care reprezinta volumul minim al camionului.

Restrictii:

$$1 \leq N \leq 16\,000$$

$$1 \leq K \leq 16\,000$$

$$1 \leq V \leq 16\,000$$

Exemplu - Input:

7 4

5

2

3

1

4

3

3

Output: 6

3. Puncte de alimentare

Cicerone, un sofer proaspat angajat, primeste sarcina de a livra produse de consum alimentar pentru N comercianti.

Acesta, dupa o analiza a listei de destinatari, observa o coincidenta stranie: toate punctele in care trebuie sa livreze marfa sunt benzinarii.

Dat fiind aceasta coincidenta si faptul ca un plin nu ii este suficient pentru a isi indeplini traseul, acesta incearca sa isi optimizeze realimentarea cu combustibil.

Dupa o perioada isi da seama ca nu poate sa duca la bun sfarsit aceasta sarcina singur, asa ca va roaga pe voi sa il ajutati cu un algoritm de realimentare.

Cerinta:

Sa se afiseze costul minim pentru combustibil pentru a putea efectua cursa si cati litri a realimentat la fiecare benzinarie

Date de intrare:

Pe prima linie N, V si K separate printr-un spatiu, unde N e numarul de benzinarii la care livreaza marfa, V volumul rezervorului camionului si K consumul in litri/100Km

Pe urmatoarele N+1 linii se afla un set de doua numere D si C unde D reprezinta distanta de la benzinaria precedenta la cea curenta si C este pretul pe litru pentru combustibil la statia curenta

(pe linia 2 este distanta de la depozit la prima benzinarie si costul combustibilului la aceasta benzinarie; pe linia N+1 se afla distanta de la benzinaria N-1 la benzinaria N

si pe ultima linie, N+2, distanta de la ultima benzinarie(N) la punctul de start(depozit))

Date de iesire:

Pe prima linie afisati costul total al combustibilului

Pe urmatoarele N linii se va afisa cati litri a realimentat la fiecare benzinarie (Astfel pe linia x se va afisa cati litri s-au alimentat la benzinaria x-1)

Restrictii si precizari:

- Nu se poate realimenta peste volumul rezervorului
- Daca la o benzinarie nu se alimenteaza se va afisa 0 pentru benzinaria respectiva
- Se garanteaza ca exista cel putin o solutie pentru toate testele
- Se considera ca Cicerone reuseste sa realizeze acelasi consum K in orice moment al cursei
- Intotdeauna costul de pe ultima linie va fi 0
- Cicerone va pleca mereu cu rezervorul plin de la depozit
- Datorita programului strict, traseul nu poate fi alterat

$$1 \leq N \leq 1.000.000$$

$$1 \leq V \leq 3000$$

$$1 \leq K \leq 100$$

$$1 \leq D \leq 1000$$

$$1 \leq C \leq 100$$

Propuneri punctaj teste:

- Solutie ce afiseaza N+1 zerouri (cazul in care nu e nevoie de realimentare) – 10 p
- Solutie in $O(N^2)$ – 50 p
- Solutie in $O(N * C)$ – 80 - 90 p
- Solutie in $O(N \log(C))$ – 100 p

Exemplu - Input:

3 250 50
250 10
300 5
150 8
500 0

Output:

2100
25
250
75

Explicatii:

De la depozit la prima statie consuma 125L, deci ramane cu 125L in rezervor, pentru a putea parcurge cei 300Km pana la cea de a doua statie are nevoie de 150L, deci alimenteaza cu 25L la prima statie.

La cea de a doua statie ajunge cu rezervorul gol si ar avea nevoie de 75L pentru a ajunge la cea de a treia statie, insa deoarece statia a doua e foarte ieftina, va alimenta 250L (maximul posibil)

La cea de a 3-a statie ajunge cu 175L in rezervor si pentru a parcurge ultimii 500Km pana la depozit mai are nevoie de 75L.

Astfel costul total este 25 de litri de la prima benzinarie la pret de 10 = 250, 250 de litri la a doua cu pret de 5 = 1250 si 75L la ultima cu pret de 8 = 600. Total 250+1250+600 = 2100

B. Solutii

1. Transport optim

Numarul minim de camioane necesare este dat de cel mai mare minim necesar din cele 3 categorii. Minimul se calculeaza diferit in functie de categorie, astfel:

- minimul camioane pentru **marfa proaspata** =
(numar de perechi de cantitati 20, 20 si 30) +
(numarul de perechi de 20 si 30 din cutiile ramase) +
(numarul de perechi de maxim 3 cutii de 20 din cutiile ramase) +
(numarul de perechi de maxim 2 cutii de 30 din cutiile ramase)
- minimul camioane pentru **marfa refrigerate** =
(numar de perechi de cantitati 10 si 60) +
 $\sum(\text{restul de cutii marfa de } 10)/70 +$
 $\sum(\text{restul de cutii marfa de } 10)\%70 +$
(numarul de cutii marfa de 60 din cutiile ramase)
- minimul camioane pentru **marfa lichida** = numarul butoaielor

Solutia de complexitate minima este $O(n)$

2. Mobilier la comanda

Se stie ca volumul camionului poate sa aiba o valoare intre 1 si $\sum V$. Astfel, se poate afla volumul optim (minim) al camionului prin incercari repetate, folosindu-ne de cautare binara. Se porneste cu volumul camionului $VM = \text{mijlocul intervalului initial}$ si se verifica daca cele N cutii pot fi transportate in K drumuri, tinand cont de volumul cutiilor V si de volumul camionului VM :

- in caz afirmativ -> continuam cautarea inspre stanga si salvam VM , solutia optima pana la acest pas
- in caz negativ -> continuam cautarea la dreapta

Cautarea binara are complexitatea de timp $O(\log(N * V))$

Operatia de verificare efectuata la fiecare pas presupune compararea numarului dat de transporturi, K , cu numarul de transporturi necesare astfel incat cutiile sa poata fi transportate intr-un camion cu volumul VM . Aceasta operatie are complexitatea $O(N)$.

Solutia de complexitate minima este $O(N * \log(N * V))$

3. Puncte de alimentare

Problema se rezolva folosind metoda programarii dinamice, astfel vom lua deciziile de alimentare pe parcurs, odata ajunsi in fiecare benzinarie.

Stim ca plecam cu rezervorul plin si trebuie sa ajungem cu el gol (exceptand cazul in care nu este necesara nicio alimentare suplimentara).

Se calculeaza cati litri de combustibil se consuma pe fiecare distanta dupa formula:

litri necesari pe o distanta = $D * K / 100$

Pas 1:

La fiecare statie de benzina se verifica daca nivelul de umplere al rezervorului este suficient pentru a ajunge la statia curenta:

- daca $X < 0$ => trebuie sa realimentam la una sau mai multe dintre benzinariile precedente
- daca $X \geq 0$ => putem ajunge la benzinaria curenta fara sa realimentam

X , nivelul de umplere al rezervorului = volumul total al rezervorului in litri – numarul de litri consumati de la depozit pana la benzinaria curenta + cantitatea totala alimentata pana la benzinaria curenta

Alimenteaza daca $X < 0$

Trebuie sa aflam care este varianta cea mai ieftina pentru realimentare de la una sau mai multe din statiile de benzina precedente.

Aceasta problema se poate rezuma la cautarea intr-un vector de costuri unice corespunzatoare benzinariilor precedente (pentru a afla optiunile cele mai ieftine), tinand cont si de volumul liber din rezervor la momentul ajungerii in statie (pentru a putea sti care este maximum volum care poate fi alimentat la acea statie).

Pas 2:

Adaugare benzinariei intr-un vector de benzinarii deja vizitate, sortat dupa cost. Pentru a imbunatati cautarea, se poate efectua inserare sortata in vector. Daca in vector deja exista un element cu costul statiei curente, actualizati doar indicele maxim cu indicele benzinariei curente.

Fiecare element din vector de cost va contine date despre benzinarii vizitate anterior:

- C , costul benzinei
- indicele maxim dintre benzinariile vizitate care au costul C

Pas 1 – logica realimentare

Parcurgem vectorului de cost (ordonat dupa costul minim), incepand cu primul element, si calculam cantitatile necesare de alimentat la fiecare benzinarie pentru a insuma un total necesar de X litri, tinand cont ca la o benzinarie putem alimenta sa ajungem la un total de maxim V , volumul rezervorului camionului. Pentru a optimiza cautarea, putem sa tinem intr-o variabila indicele primului element din vectorul de cost care reprezinta o benzinarie la care nu s-a alimentat maximum.

Pentru fiecare benzinarie de la care decidem sa alimentam trebuie:

- actualizat costul total de alimentare pentru intreaga ruta
- actualizata cantitatea totala alimentata pana la acea benzinarie

Concluzii

Folosind aceasta logica de rezolvare, complexitatea de timp este $O(N * C)$, din cauza vectorului de benzinarii ordonate dupa costul minim (desi sunt N benzinarii sunt doar C costuri diferite si nu vom pastra decat o benzinarie pentru fiecare cost, deci cautarea in vector se va face in maxim C pasi).

Daca folosim o cautare binara, vom reduce complexitatea la $O(N \log(C))$

In afara de solutia prezentata, exista si rezolvari mai putin optime, cu o complexitate de timp $O(N^2)$.